

Corso di Laurea in Matematica – Geometria 2
Foglio di esercizi n. 8 – a.a. 2023-24

Da consegnare: lunedì 27 novembre

Esercizio 1. (Manetti, Es. 11.17.) Calcolare il gruppo fondamentale del sottospazio di \mathbb{R}^3 unione della sfera S^2 e dei tre piani coordinati (sul libro di Manetti c'è un suggerimento).

Esercizio 2. (Manetti, Es. 12.33.) Dimostrare che \mathbb{R}^2 non è omeomorfo a $\mathbb{R} \times [0, +\infty)$.

Esercizio 3. Esiste uno spazio topologico Y tale che $S^1 \times Y$ è omeomorfo alla sfera S^2 ? Esiste Y tale che $S^1 \times Y$ è omeomorfo al piano \mathbb{R}^2 ? Esiste Y tale che $S^1 \times Y$ è omotopicamente equivalente al piano \mathbb{R}^2 ?

Esercizio 4. Sia X una varietà topologica di dimensione n , ovvero uno spazio topologico di Hausdorff, connesso, a base numerabile, e localmente euclideo di dimensione n .

Mostrare che X è connesso per archi.

Esercizio 5. Siano X una varietà topologica di dimensione n e Y una varietà topologica di dimensione m . Mostrare che $X \times Y$ è una varietà topologica di dimensione $n + m$.