

mult-valued on $V(Y)$.

Sia $F: X \rightarrow Y$ sempre non costante.
 $\forall q \in Y$ poniamo

$$F^*(q) := \sum_{p \in F^{-1}(q)} \text{mult}_p(F) \cdot p$$

divisori supportati
su $F^{-1}(q)$

(q "fibre
pesante"
con molteplicità
a $\mathbb{N}$)

• Se X e Y sono compatte, $\deg F^*(q) = \deg F$
 $\forall q \in Y$.

Def Sia $D = \sum_{q \in Y} n_q \cdot q$ divisors su Y .

Il pull-back di D tramite F è

$$F^*(D) = \sum_{q \in Y} n_q \cdot F^*(q).$$

(ci vuole fare attenzione che ha supporto diverso)

$\Rightarrow F^*: \text{Div}(Y) \rightarrow \text{Div}(X)$
omom di gruppi.

Prop Lemma Sia $f \in \mathcal{O}_Y(Y) \setminus \{0\}$ - allora

$$F^*(\text{div } f) = \text{div}(\underbrace{f \circ F}_{\text{normalizzato su } X, \text{ non } \neq 0}).$$

Dim. Sia $p \in X$ - Abbiamo:

si intende: in ogni
comp. connessa di U in cui $f \text{ non } \equiv 0$. *OK*

$$\underbrace{\text{ord}_p(p \circ F)}_{\text{coeff. di } p \text{ in } \text{div}(p \circ F)} = (\text{mult}_p F) \cdot \underbrace{\text{ord}_p f}_{\text{coeff. di } F(p) \text{ in } \text{div}(f)}$$

Coef. di p in $F^*(\text{div} f)$.
 F^* trasporta l'equivalente lineare
 se il pull-back di un divisore principale
 è principale, e F^* induce un altro di
 gruppi

$$F^*: \text{Pic}(Y) \rightarrow \text{Pic}(X),$$

Oss se X e Y sono cpte, $\forall D$ divisore
 su Y si ha

$$\deg(F^*D) = (\deg F) \cdot \deg D.$$

Taleff: $\deg F^*(g) = \deg F.$

Divisori di ramificazione e discriminante:

$F: X \rightarrow Y$ mappa non costante

$$R_F = \sum_{p \in X} (\text{mult}_p F - 1) p$$

se X e Y sono cpte, le formule di Hurwitz
 dicono: $2g(X) - 2 = (\deg F)(g(Y) - 2) + \deg R_F$

Divisore di discriminante:

$$\rightarrow B_F = \sum_{y \in Y} \left(\sum_{p \in F^{-1}(y)} (\text{mult}_p F - 1) \right) y$$

Esempio di
 discriminante:
 $p=137$
 $D, E.$

Note: se U_0 è una comp. connessa di U
 in cui f è id. nulla, allora $\text{ord}_p f = +\infty$
 $\forall p \in U_0 \implies$ la condit. (*) è automaticam.
 soddisfatta $\forall D$.

• Se U_0 è ~~una~~ connessa e f non è
 la funt. nulla, la condizione diventa:

$$\text{div}(f) + D|_U \geq 0$$

• Se in generale U_0 è una comp. connessa
~~connessa~~ di U in cui f non è id. nulla
 due cose: $\text{div}(f) + D|_{U_0} \geq 0$