Corso di Laurea in Matematica – Geometria 2

Esercitazione n. 8 - 26 novembre 2018

Esercizio 1. Per ognuna delle seguenti sequenze, determinare il tipo di omeomorfismo della superficie corrispondente:

1. $a\,b\,c\,d\,e\,a^{-1}\,c^{-1}\,e^{-1}\,b^{-1}\,d^{-1}$
2. $e\,b\,c^{-1}\,d\,a^{-1}\,c\,b^{-1}\,a\,d^{-1}\,e^{-1}$
3. $a^{-1}\,b\,d\,e\,b^{-1}\,a\,c\,e^{-1}\,d^{-1}\,c$
4. $g^{-1}\,a\,c^{-1}\,d\,f\,e\,b^{-1}\,d^{-1}\,c\,a^{-1}\,e^{-1}\,g\,f^{-1}\,b$
5. $b^{-1}\,c\,b\,a^{-1}\,f^{-1}\,e\,a\,d\,f\,d^{-1}\,c^{-1}\,e^{-1}$
6. $a\,c\,a\,d\,b\,c\,b\,e\,d\,e$

Esercizio 2. Siano S_1 e S_2 le superfici compatte che si ottengono identificando i lati dei poligoni secondo la sequenze

$$W_1 = a\,e^{-1}\,d\,b^{-1}\,a^{-1}\,c\,e\,b\,c^{-1}\,d^{-1}$$

e

$$W_2 = c\,b^{-1}\,c^{-1}\,e\,a^{-1}\,e^{-1}\,d\,b\,d^{-1}\,a$$

Determinare la classe di omeomorfismo di $S = S_1 \sharp S_2$ nella classificazione delle superfici e calcolare la sua caratteristica di Eulero.

Esercizio 3. Tutte le superfici in questo esercizio sono superfici topologiche connesse e compatte. Per ognuna delle seguenti affermazioni, dire se è vera o falsa giustificando la risposta (dare una dimostrazione o trovare un controesempio).

(a) Se $\chi(S_1) = \chi(S_2) = -18$, allora S_1 e S_2 sono omeomorfe.

(b) Se S_1, S_2, S_3 e S_4 sono superfici a due a due non omeomorfe, allora $S_1 \sharp S_2$ non è omemorfa a $S_3 \sharp S_4$

(c) Esiste una superficie S che ha una suddivisione con 8 vertici, 10 spigoli e 6 facce.

Esercizio 4. Tutte le superfici in questo esercizio sono superfici topologiche connesse e compatte. Per ognuna delle seguenti affermazioni, dire se è vera o falsa giustificando la risposta (dare una dimostrazione o trovare un controesempio).

(a) Se $\chi(S_1) = \chi(S_2) = -17$, allora S_1 e S_2 sono omeomorfe.

(b) Se S_1, S_2, S_3 e S_4 sono superfici a due a due non omeomorfe, allora $S_1 \sharp S_2$ non è omemorfa a $S_3 \sharp S_4$

(c) Esiste una superficie S che ha una suddivisione con 8 vertici, 12 spigoli e 6 facce.