

Corso di Laurea in Matematica – Geometria 2

Foglio di esercizi n. 11 – a.a. 2018-19

(verranno discussi nell'ultimo tutorato di mercoledì 9/1/2019)

Esercizio 1. Determinare i punti impropri e le chiusure proiettive delle seguenti curve in \mathbb{C}^2 :

$$3x+y+1=0, \quad x+i=0, \quad y+6=0, \quad x+2y^2-1=0, \quad 3y+xy+xy^2=0, \quad x^2y^2-1=0.$$

Esercizio 2. Determinare la proiettività f di $\mathbb{P}^1(\mathbb{R})$ tale che

$$f((1:1)) = (1:-1), \quad f((2:0)) = (1:1), \quad f((1:-1)) = (2:1).$$

Esercizio 3. Determinare la proiettività f di $\mathbb{P}^2(\mathbb{R})$ tale che

$$f(r) = r', \quad f(s) = s', \quad f((1:2:1)) = (1:1:1),$$

dove $r: x_0 - x_1 = 0$, $r': x_0 + x_1 = 0$, $s: x_0 + x_1 + x_2 = 0$, $s': x_1 + x_2 = 0$.

Esercizio 4. Determinare le rette tangenti alla conica di equazione $x_0^2 - x_1^2 + x_2^2 = 0$ e passanti per il punto $(1:0:1)$.

Esercizio 5. Si scriva l'equazione della conica del piano proiettivo reale passante per i punti:

$$(1:0:1), \quad (-1:0:0), \quad (0:1:1), \quad (0:-1:0), \quad (1:3:2).$$

(Suggerimento: scrivere il fascio delle coniche per 4 dei punti, e poi imporre il passaggio per il quinto punto.)

Esercizio 6. Nel piano proiettivo siano $A = (1:0:0)$, $B = (0:1:0)$, $C = (0:1:0)$, e r la retta $x_1 + x_2 = 0$. Mostrare che la famiglia di coniche per A, B, C , e tangenti a r in A , forma un fascio, e determinarlo; determinare i punti base e le coniche degeneri del fascio.

Esercizio 7. Sia r la retta $x_2 = 0$ nel piano proiettivo. Determinare la famiglia delle coniche tangenti a r , e osservare che essere tangenti a una retta non è una condizione lineare.