Lezioni di Metodi variazionali tenute dal Prof. Paolo Caldiroli (A.A. 2019/20)
ERRATA/CORRIGE

Lezione n.5

Al minuto 01:19 la disuguaglianza

$$c_0 + \int_0^1 (a_1 + b_1|sv|^{p-1})|v|\,ds \le c_0 + a_1 + b_1|v|^p \int_0^1 s^{p-1}\,ds$$

va corretta e completata come segue:

$$c_0 + \int_0^1 (a_1 + b_1|sv|^{p-1})|v|\,ds \le c_0 + a_1|v| + b_1|v|^p \int_0^1 s^{p-1}\,ds \le c_1 + c_2|v|^p$$

dove $c_1 = c_0 + a_1 + b_1$ e $c_2 = a_1 + b_1$. Ciò si ottiene osservando che, in generale, fissato $p \ge 1$, vale che $at + bt^p \le (a+b)(1+t^p)$ per ogni $t \ge 0$. Infatti, per $t \in [0,1]$ si ha che $at + bt^p \le a + b$. Se $t > 1$ allora $at + bt^p \le at^p + bt^p$.

Lezione n.7

Al minuto 01:07 la formula $(\psi^{-1})'(s) = \frac{1}{\psi'(\psi(s))}$ va corretta in $(\psi^{-1})'(s) = \frac{1}{\psi'(\psi^{-1}(s))}$. Inoltre poco dopo la formula $Q(v(t), \dot v(t)) = F(u)$ va corretta in $Q(v(t), \dot v(t)) = (F(u))^2$.

Lezione n.8

- Al minuto 00:17', la catena di disuguaglianze è errata e va riscritta nel modo seguente:

$$E(\overline{u}) = \inf_{W^{1,2}_{a,b}} E \le \inf_{C} E \le E(\overline{u}).$$

  La prima uguaglianza è giustificata dal Lemma 3, la seconda disuguaglianza è giustificata dal fatto che $W^{1,2}_{a,b} \supset C$, la terza disuguaglianza segue dalla definizione di estremo inferiore e dal fatto che $\overline{u} \in C$, per il punto 4.

- Nell'ultimo passaggio esposto al minuto 01:25', dato che $F(\overline{u}) = \sqrt{E(\overline{u})}$, bisogna correggere la catena di disuguaglianze nel modo seguente:

$$0 < d(p,q) \le L(\overline{\gamma}) = F(\overline{u}) = \sqrt{E(\overline{u})} = \sqrt{\int_0^1 Q(\overline{u}, \dot{\overline{u}})\,dt} = \sqrt{cost.}$$

Lezione n.9

Al minuto 00:25 le equazioni di Eulero-Lagrange in forma forte vanno scritte così:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial Q}{\partial \xi^i}(u(t), \dot u(t)) = \frac{\partial Q}{\partial x^i}(u(t), \dot u(t))$$

(e non $\frac{d}{dt}\frac{\partial Q}{\partial \xi^i}(u(t), \dot u(t)) + \frac{\partial Q}{\partial x^i}(u(t), \dot u(t)) = 0$). Preciso inoltre che, a livello di notazione, le derivate parziali $\frac{\partial Q}{\partial \xi^i}$ e $\frac{\partial Q}{\partial x^i}$ scritte nella lezione 9 corrispondono rispettivamente alle scritture $\frac{\partial Q}{\partial \dot u^i}$ e $\frac{\partial Q}{\partial u^i}$ usate nella lezione 8.

Lezione n.11

Al minuto 00:20' si dice "Per semplicità supponiamo i w_j tutti distinti" e si continua la dimostrazione sotto questa condizione. In realtà è sempre vero che i w_j sono tutti distinti perché lo sono i punti p_j e

le anti-immagini di punti distinti sono sempre distinte. Dunque la successiva osservazione (al minuto 00:30') viene a cadere.

Lezione n.12

- Nel disegno esposto al minuto 00:26 e successivi, i punti $e^{i\theta_j}$ sulla circonferenza e p_j sulla curva non sono riportati nella posizione corretta. Lo stesso nei disegni effettuati ai minuti 00:40–00:43. In ogni caso non è importante riportarli nelle figure perché non giocano nessun ruolo nella discussione. Ciò che importa è che $p_{j-1} \neq p_{j+1}$ e ciò è vero perché $0 < \theta_{j+1} - \theta_{j-1} < 2\pi$ e $\varphi(\theta_{j\pm1}) = \theta_{j\pm1}$.
- Al minuto 00:33 dico I_- e scrivo solo I dimenticando l'indice in basso.
- A minuto 00:36 l'espressione $\gamma_n\left(e^{i\varphi_n(\theta^*)}\right)$ va sostituita con $\gamma\left(e^{i\varphi_n(\theta^*)}\right)$.

Lezione n.13

Al minuto 00:39, si cita e si usa il risultato che pone in relazione le funzioni in $W_0^{1,2}(\Omega)$ con la proprietà di tali funzioni di annullarsi sul bordo di Ω (cfr. Brezis, Analisi Funzionale, Teorema IX.17), dopodiché si aggiunge nelle ipotesi del risultato in discussione il fatto che il dominio Ω sia di classe C^1. In realtà l'implicazione che ci interessa non necessita la regolarità del dominio (cfr. Brezis, Analisi Funzionale, Osservazione 20, pag. 275), pertanto non c'è bisogno di richiedere che Ω sia di classe C^1.

Lezione n.14

Al minuto 01:29, nel calcolo della derivata di $f(t)$, al denominatore, al posto di $\|h\|^2$ va scritto $t^2\|h\|^2$.

I refusi sono già stati corretti nei file pdf. Ringrazio molto tutti gli studenti e studentesse che mi hanno segnalato sviste e inesattezze.