EQUAZIONI DIFFERENZIALI (ALLE DERIVATE PARZIALI)

$$F(x_1, \dots, x_n, u, u_{x_1}, \dots, u_{x_n}, u_{x_1 x_1}, u_{x_1 x_2}, \dots) = 0$$

$$u_{x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} u = \partial_{x_i} u$$

$x_n = t$ variabile temporale $\Rightarrow$ equazione evolutiva

EQUAZIONI DEL PRIMO ORDINE

$$a(t,x) u_t + b(t,x) u_x = c(t,x)$$ (una variabile spaziale)

EQUAZIONE DEL TRASPORTO

$$u_t + \vec{v}(t,x) \cdot \nabla_x u = 0$$ (più variabili spaziali)

EQUAZIONI SEMILINEARI

$$u_t + a(t,x,u) u_x = c(t,x,u)$$

EQUAZIONE DELLA DIFFUSIONE

$$u_t - D \Delta u = 0$$

$D > 0$ $\quad \Delta u = \sum_{i=1}^{n} \partial^2_{x_i} u$ = operatore di Laplace $= \operatorname{div}(\nabla u)$

EQUAZIONE DELLE ONDE

$$u_{tt} - c^2 \Delta u = 0$$

EQUAZIONE DI SCHRÖDINGER : $i\hbar \psi_t = \Delta \psi$

EQUAZIONE DEL POTENZIALE (O DI LAPLACE)

$$\Delta u = 0$$

EQUAZIONE DI POISSON

$$\Delta u = f$$

SUPERFICI MINIME (grafici)

$$\operatorname{div}\left(\frac{\nabla u}{\sqrt{1+|\nabla u|^2}}\right) = 0$$

PROBLEMI:

→ descrivere l'insieme delle soluzioni attraverso opportuni parametri

→ trovare, dove possibile, l'espressione "esplicita" delle soluzioni o almeno una loro rappresentazione

→ proprietà qualitative delle soluzioni

PROBLEMI BEN POSTI:

- esiste una ed una soluzione (condizioni iniziali/contorno)

- la soluzione dipende con continuità dai dati) corrispondenza: $\boxed{\text{dati} \to \text{soluzioni}}$

riflessione: concetto di soluzione → classica C^2
→ debole (discontinua)

STRUMENTI: Analisi delle funzioni di una e più variabili, successioni e serie di funzioni, misura e integrale (di Lebesgue)

A CHI È RIVOLTO QUESTO CORSO

È un corso classico di terzo anno, tenuto nei corsi di laurea in matematica di tutto il mondo.

È un'area alla frontiera fra matematica pura e applicata

→ modelli matematici differenziali (Fisica, Scienze biologiche, mediche, economiche, ecc..)

→ esplorazione della fenomenologia attraverso un'analisi teorica rigorosa

Cosa c'è dopo: la teoria moderna delle equazioni differenziali –

- Spazi di dimensione infinita (di Banach, teoria di Leray-Schauder, metodi di esistenza)
- Calcolo delle Variazioni e teoria geometrica della misura
- Compattezza e regolarità delle soluzioni

TESTI DI RIFERIMENTO:

* EVANS, Lawrence, Partial Differential Equations, 2010
* SALSA, Sandro, Partial Differential Equations in action, from modeling to theory (2016)
* SALSA, Sandro e VERZINI, Gianmaria, Partial Differential equations in action, complement and exercises, (2015)
* CALDIROLI, Paolo, dispense

COME USUFRUIRE DEL CORSO (A DISTANZA)

* LEZIONI VIDEOREGISTRATE
* DISPENSE E NOTE DELLE LEZIONI
* LAVORO INDIVIDUALE (esercizi, problemi, approfondimenti)