

Spazi normati su \mathbb{R}

$$L_{\mathbb{R}} \cup \{ \| \cdot \| = \alpha : \alpha \in \mathbb{R} \}$$

$\forall \exists \exists \delta$

Linguaggio Spazi Vettoriali su \mathbb{R}

$$L_{\mathbb{R}} = \{0, +, -\} \cup \mathbb{R}$$

\nwarrow funzioni unarie
 \nearrow

$$a \in \mathbb{R} \quad a(x) = ax$$

Vorremmo una TDM delle strutture della forma $\langle M, S \rangle$ con S fissato (\mathbb{R})

Struttura bipartita $\langle V, \mathbb{R} \rangle$

\nearrow $\{0, +\}$ \nearrow $\{0, +, -, \cdot\}$

$$\cdot \quad \mathbb{R} \times V \rightarrow V$$

$$(\alpha, v) \mapsto \alpha v$$

$$\langle V, \mathbb{Q} \rangle \subseteq \langle V, \mathbb{R} \rangle \subseteq \langle V, \mathbb{C} \rangle$$

Programma

- * mettere condizioni su S
- * restrizioni su L
- * trovare un $\mathcal{F} \subseteq \mathcal{L}$ e dimostrare TDC solo per $T \in \mathcal{F}$

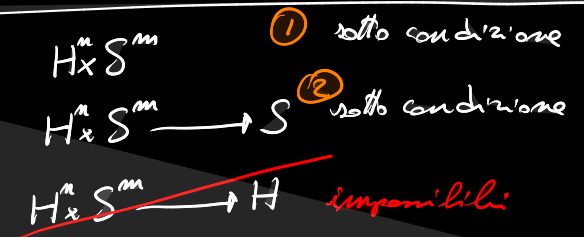
esempio se ogni sottoinsieme finito di $\mathcal{T} \subseteq \mathcal{F}$ è consistente allora \mathcal{T} ha un modello della forma $\langle M, S \rangle$ strutture standard

S spazio topologico di Hausdorff compatto

\mathbb{R} compatto :)

\mathcal{L}_S predicati $x \in C$ con $C \subseteq S^m$ compatto
funzioni $f: S^m \rightarrow S$ (uniformemente) continue

\mathcal{L}_H linguaggio home $\mathcal{L} = \mathcal{L}_H \cup \mathcal{L}_S \cup$



Esempi:
norma ha solo $H \rightarrow S$ -
metrica $H^2 \rightarrow S$ -
 $\langle G, S \rangle$ azione $H \times S \rightarrow S$

$$\mathcal{C}_\varphi(a) \text{ per ogni } \varphi(a) \in \mathcal{L}_H$$

$$M = \forall x [\varphi(x) \leftrightarrow \mathcal{C}_\varphi(x)]$$

① se \mathcal{C} ha solo $H \times S^m$ e \mathcal{C}^M interpretazione voglio dire per ogni $a \in M^m$
 $\{ a \in S^m : \langle a, a \rangle \} \subseteq S^m$ compatto

② se f di solo $H \times S^m \rightarrow S$ e f interpretazione per ogni $a \in M^m$
 $f(a, -) : S^m \rightarrow S$ è equicontinua

per ogni ε esiste δ per ogni $\alpha, \alpha' \in S^m$ per ogni $a \in M^m$
 $d(\alpha, \alpha') < \delta \Rightarrow d(f(a, \alpha), f(a, \alpha')) < \varepsilon$

le funzioni $f^M(a, -)$ al variare di a hanno lo stesso modulo di
 continuità uniforme.

$$H^n \times S^m \rightarrow S \quad \text{se } n=0 \quad \text{se } m=0 \quad H^n \rightarrow S$$

formule atomiche di \mathcal{L} : (1) $\mathcal{E}_q(a)$ $\forall a \in \mathcal{L}_H$ (2) $\mathcal{E}(a, q)$ dove $H^n \times S^m$
 (3) $\mathcal{E}(a, q) \in \mathbb{C}$ τ m -tupla di termini dove $H^{n_i} \times S^{m_i}$
 $\subset S^m$ compatto

\mathcal{E}_i^p (1), (2), (3) chiuso per $\wedge, \vee, \forall^H, \exists^H, \forall^S, \exists^S$ ~~✗~~ ~~✗~~
 FORMULE POSITIVE

\mathcal{E}_i^c ~~(1)~~, ~~(2)~~, (3) chiuso per $\wedge, \vee, \forall^H, \exists^H, \forall^S, \exists^S$ ~~✗~~ ~~✗~~
 FORMULE CONTINUE

Esempio $M = \left\{ f \in \mathbb{R}^{[0,1]} : \|f\|_1 = \int_0^1 |f| dx < \infty \right\} \quad \mathcal{L}_H$
 $L_1 = M / \sim_{a.e.} \quad \|f - g\|_1 = 0 \quad \| \cdot \|_1 : H \rightarrow S$

Spazi di Banach: EURISTICA a me inferno
 solo la palla unitaria

\mathbb{R} non è compatto

Proposta (1) M palla unitaria $2 \cdot v = u$ \rightarrow introduco come relazioni
 ORRIBILE

Proposta (2) $\langle \bar{M}, \bar{S} \rangle = \langle M_1, M_2, \dots; S_1, S_2, \dots \rangle$ ORRIBILE
 \uparrow palla unitaria \uparrow role di rapporto \uparrow $[0,1]$ $[0,2]$ \dots

Proposta (3) $S = \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$ compatto \square

Logica a valori reali

$\wedge, \vee, \neg, \exists$

$\langle M, S \rangle \quad S = \{0, 1\}$

f di sorta $H^m \rightarrow S$ ↑ valori di verità
formule atomiche

f di sorta $S^m \rightarrow S$
connetti proposizionali

$\vdash(x) = 0$
condizioni

nuove regole per estendere Termini:

$\sup_y \tau(x, y)$ $\inf_y \tau(x, y)$
y y
quantificatori

$H \times S \rightarrow S$