

Geometria 3 – a.a. 2020/21
Esercizi per giovedì 25 marzo 2021

1 Esercizi

Esercizio 1.1. Sia S la superficie nello spazio di equazione

$$x^2 + y^2 - z^2 = 1$$

(iperboloide a una falda)

1. dimostrare che per ogni numero reale t la retta ℓ_t di equazioni cartesiane

$$(x - z) \cos t = (1 - y) \sin t, \quad (x + z) \sin t = (1 + y) \cos t$$

è contenuta nella superficie S

2. dimostrare che ogni punto di S è contenuto in una e una sola delle rette ℓ_t
3. ottenere da questo una parametrizzazione di S

Nota: 1. è facile, 2. è più difficile. Anche se non riuscite a svolgere 1. e/o 2., fate almeno il punto 3. (naturalmente, supponendo veri 1. e 2.).

Esercizio 1.2. Consideriamo gli insiemi

$$S_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 z^2 = 1\}$$

$$S_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^4 + z^6 = 1\}$$

Dimostrare che S_1 e S_2 sono superfici regolari. Dimostrare inoltre che S_2 è compatta, mentre S_1 non è compatta.

Esercizio 1.3. Costruire un diffeomorfismo fra il cilindro circolare retto di equazione $x^2 + y^2 = 1$ e il piano \mathbb{R}^2 privato dell'origine.